G.P.

(2.) To Find the Sum of n terms of G.P.

(गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योग ज्ञात करना)

⇒ माना कि प्रथम पद = a, सार्व अनुपात = r

तथा S_n पदों का योग = S_n

$$\Rightarrow S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} \quad \ldots (i)$$

$$rS_n = ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n \quad \ldots (ii)$$

(एक पद को छोड़कर लिखने पर)

समी० (i) में से समी० (ii) को घटाने पर —

$$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$$

$$rS_n = ar + ar^2 + \ldots ar^{n-1} + ar^n$$

~~$S_n(1-r) = a + ar + ar^2 + \ldots ar^{n-1}$~~

$$(1-r)\ S_n = a - ar^n$$

$$\therefore S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Note → यदि (ii) में से (i) को घटाया जाये तो —

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

Note → यदि r का संख्यात्मक मान इकाई से कम अर्थात् r < 1 तो हर में (1-r) लिखा जाता है। यदि r का संख्यात्मक मान इकाई से अधिक हो अर्थात् r > 1 तो हर में (r-1) लिखा जाता है।

उदाहरणार्थ →(1.) किसी गुणोत्तर श्रेणी का तीसरा पद 12 तथा 6वाँ पद 96 है। (9) नौ पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल: - माना कि गुणोत्तर श्रेणी a, ar, ar² है

जहाँ n वाँ पद $T_n = ar^{n-1}$

(3) तीसरा पद $= ar^2 = 12 \quad \ldots (i)$

(6) छठवाँ पद $= ar^5 = 96 \quad \ldots (ii)$

समी० (ii) को समी० (i) से भाग देने पर,

$$\frac{ar^5}{ar^2} = \frac{96}{12}$$

$\Rightarrow r^3 = 8 = 2^3$

$\Rightarrow r = 2$ (आधार की तुलना करने पर)

समी० (i) में r का मान रखने पर —

$a \times 2^2 = 12$

$\therefore a = \frac{12}{2^2} = \frac{12}{4} = 3$

$\therefore$ 9 पदों का योग

सूत्र - $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$

$\Rightarrow S_n = \frac{3(2^9 - 1)}{2-1}$

$\Rightarrow S_n = \frac{3 \times (512-1)}{1}$ $\Rightarrow S_n = 3 \times 511$

$\Rightarrow 1533$ Ans

(2.) Find the sum of $2 + 0.2 + 0.02 + 0.002 + \dots$ 20 terms.

Solution:
The given series is $2 + 0.2 + 0.02 + 0.002 + \dots$ 20 terms.

Let $a = 2$, $ar = .2$, $ar^2 = .02, \dots$

$\therefore r = \frac{ar}{a} = \frac{.2}{2} = .1 = \frac{1}{10}$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{2\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]}{\frac{10-1}{10}} \Rightarrow 2 \times \frac{10}{9}\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{20}{9}\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]$$ Ans.

— 0 —

Ajanta Milky

Scanned with CamScanner